

Multimi

1.1 Relație direcție între numere și operații. Relație între mulțimi.

1.2 Mulfimi. Multimi finite. Multimi infinite. Multimi ordonate. Multimi disjuncte.

1.3 Operări cu mulțimi. Unirea și intersecția mulțimilor.

Diviziabilitatea numerelor naturale

2.1 Factori de alcătuire a unui număr compozit în mulțimi de numere naturale.

2.2 Factori primi. Număr prim. Număr compozit. Numărul 1.

Matematică

caiet pentru vacanța de vară

Clasa a VI-a

Mulțimea numerelor întregi

3.1 Numere întregi. Modulul unei numere întregi. Compararea și ordonarea numerelor întregi.

3.2 Operații cu numere întregi. Adunarea și scăderea numerelor întregi.

3.3 Împărțiri și înmulțiri în mulțimea numerelor întregi.

3.4 Probleme care se rezolvă cu ajutorul relațiilor și mulțimilor de numere întregi.

Mulțimea mulțimilor reprezentabile

4.1 Mulțimi reprezentabile. Mulțimi ordonate, mulțimi reprezentabile.

4.2 Compararea și ordonarea mulțimilor reprezentabile. Ordinul de la la.

4.3 Operații cu mulțimi reprezentabile. Unirea și intersecția mulțimilor reprezentabile.

4.4 Echivalență în mulțimile reprezentabile. Clasificarea mulțimilor reprezentabile.

4.5 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

4.6 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

4.7 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

4.8 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

4.9 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

4.10 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

4.11 Probleme care se rezolvă cu ajutorul mulțimilor reprezentabile.

I Multimi

I.1	Relația dintre un element și o mulțime. Relații între mulțimi	5
I.2	Mulțimi finite. Mulțimi infinite	9
I.3	Operații cu mulțimi	14

II Divizibilitatea numerelor naturale

II.1	Criterii de divizibilitate. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	19
II.2	C.m.m.d.c. și c.m.m.m.c.	25

III Rapoarte și proporții. Procente

III.1	Rapoarte	33
III.2	Procente	42
III.3	Proporții	50
III.4	Mărimi direct proporționale. Mărimi invers proporționale	58

IV Multimea numerelor întregi

IV.1	Numere întregi. Modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi	72
IV.2	Operații cu numere întregi	80
IV.3	Ecuări și inecuații în mulțimea numerelor întregi	97
IV.4	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și al inecuațiilor	104

V Multimea numerelor raționale

V.1	Numere raționale. Modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale	109
V.2	Operații cu numere raționale	118
V.3	Ecuări în mulțimea numerelor raționale	134
V.4	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor	140

VI Noțiuni geometrice fundamentale

VI.1	Unghiuri adiacente. Unghiuri suplementare, unghiuri complementare. Unghiuri opuse la vârf. Unghiuri în jurul unui punct	144
VI.2	Paralelism și perpendicularitate	155
VI.3	Cercul	162

VII Triunghiul

166

Testul 1	188
Testul 2	191
Testul 3	193
Testul 4	195
Testul 5	197

Proprietățile triunghiurilor	1
1. Triunghiuri	2
1.1. Definiție și proprietăți	2
1.2. Triunghiuri congruente	3
1.3. Triunghiuri similari	4
1.4. Triunghiuri dreptunghice	5
1.5. Triunghiuri isoscele	6
1.6. Triunghiuri echilaterale	7
1.7. Triunghiuri right-angled	8
1.8. Triunghiuri obtuse	9
1.9. Triunghiuri acutănguste	10
1.10. Triunghiuri acute	11
1.11. Triunghiuri obtuse	12
1.12. Triunghiuri acute	13
1.13. Triunghiuri obtuse	14
1.14. Triunghiuri acute	15
1.15. Triunghiuri obtuse	16
1.16. Triunghiuri acute	17
1.17. Triunghiuri obtuse	18
1.18. Triunghiuri acute	19
1.19. Triunghiuri obtuse	20
1.20. Triunghiuri acute	21
1.21. Triunghiuri obtuse	22
1.22. Triunghiuri acute	23
1.23. Triunghiuri obtuse	24
1.24. Triunghiuri acute	25
1.25. Triunghiuri obtuse	26
1.26. Triunghiuri acute	27
1.27. Triunghiuri obtuse	28
1.28. Triunghiuri acute	29
1.29. Triunghiuri obtuse	30
1.30. Triunghiuri acute	31
1.31. Triunghiuri obtuse	32
1.32. Triunghiuri acute	33
1.33. Triunghiuri obtuse	34
1.34. Triunghiuri acute	35
1.35. Triunghiuri obtuse	36
1.36. Triunghiuri acute	37
1.37. Triunghiuri obtuse	38
1.38. Triunghiuri acute	39
1.39. Triunghiuri obtuse	40
1.40. Triunghiuri acute	41
1.41. Triunghiuri obtuse	42
1.42. Triunghiuri acute	43
1.43. Triunghiuri obtuse	44
1.44. Triunghiuri acute	45
1.45. Triunghiuri obtuse	46
1.46. Triunghiuri acute	47
1.47. Triunghiuri obtuse	48
1.48. Triunghiuri acute	49
1.49. Triunghiuri obtuse	50
1.50. Triunghiuri acute	51
1.51. Triunghiuri obtuse	52
1.52. Triunghiuri acute	53
1.53. Triunghiuri obtuse	54
1.54. Triunghiuri acute	55
1.55. Triunghiuri obtuse	56
1.56. Triunghiuri acute	57
1.57. Triunghiuri obtuse	58
1.58. Triunghiuri acute	59
1.59. Triunghiuri obtuse	60
1.60. Triunghiuri acute	61
1.61. Triunghiuri obtuse	62
1.62. Triunghiuri acute	63
1.63. Triunghiuri obtuse	64
1.64. Triunghiuri acute	65
1.65. Triunghiuri obtuse	66
1.66. Triunghiuri acute	67
1.67. Triunghiuri obtuse	68
1.68. Triunghiuri acute	69
1.69. Triunghiuri obtuse	70
1.70. Triunghiuri acute	71
1.71. Triunghiuri obtuse	72
1.72. Triunghiuri acute	73
1.73. Triunghiuri obtuse	74
1.74. Triunghiuri acute	75
1.75. Triunghiuri obtuse	76
1.76. Triunghiuri acute	77
1.77. Triunghiuri obtuse	78
1.78. Triunghiuri acute	79
1.79. Triunghiuri obtuse	80
1.80. Triunghiuri acute	81
1.81. Triunghiuri obtuse	82
1.82. Triunghiuri acute	83
1.83. Triunghiuri obtuse	84
1.84. Triunghiuri acute	85
1.85. Triunghiuri obtuse	86
1.86. Triunghiuri acute	87
1.87. Triunghiuri obtuse	88
1.88. Triunghiuri acute	89
1.89. Triunghiuri obtuse	90
1.90. Triunghiuri acute	91
1.91. Triunghiuri obtuse	92
1.92. Triunghiuri acute	93
1.93. Triunghiuri obtuse	94
1.94. Triunghiuri acute	95
1.95. Triunghiuri obtuse	96
1.96. Triunghiuri acute	97
1.97. Triunghiuri obtuse	98
1.98. Triunghiuri acute	99
1.99. Triunghiuri obtuse	100
1.100. Triunghiuri acute	101
1.101. Triunghiuri obtuse	102
1.102. Triunghiuri acute	103
1.103. Triunghiuri obtuse	104
1.104. Triunghiuri acute	105
1.105. Triunghiuri obtuse	106
1.106. Triunghiuri acute	107
1.107. Triunghiuri obtuse	108
1.108. Triunghiuri acute	109
1.109. Triunghiuri obtuse	110
1.110. Triunghiuri acute	111
1.111. Triunghiuri obtuse	112
1.112. Triunghiuri acute	113
1.113. Triunghiuri obtuse	114
1.114. Triunghiuri acute	115
1.115. Triunghiuri obtuse	116
1.116. Triunghiuri acute	117
1.117. Triunghiuri obtuse	118
1.118. Triunghiuri acute	119
1.119. Triunghiuri obtuse	120
1.120. Triunghiuri acute	121
1.121. Triunghiuri obtuse	122
1.122. Triunghiuri acute	123
1.123. Triunghiuri obtuse	124
1.124. Triunghiuri acute	125
1.125. Triunghiuri obtuse	126
1.126. Triunghiuri acute	127
1.127. Triunghiuri obtuse	128
1.128. Triunghiuri acute	129
1.129. Triunghiuri obtuse	130
1.130. Triunghiuri acute	131
1.131. Triunghiuri obtuse	132
1.132. Triunghiuri acute	133
1.133. Triunghiuri obtuse	134
1.134. Triunghiuri acute	135
1.135. Triunghiuri obtuse	136
1.136. Triunghiuri acute	137
1.137. Triunghiuri obtuse	138
1.138. Triunghiuri acute	139
1.139. Triunghiuri obtuse	140
1.140. Triunghiuri acute	141
1.141. Triunghiuri obtuse	142
1.142. Triunghiuri acute	143
1.143. Triunghiuri obtuse	144
1.144. Triunghiuri acute	145
1.145. Triunghiuri obtuse	146
1.146. Triunghiuri acute	147
1.147. Triunghiuri obtuse	148
1.148. Triunghiuri acute	149
1.149. Triunghiuri obtuse	150
1.150. Triunghiuri acute	151
1.151. Triunghiuri obtuse	152
1.152. Triunghiuri acute	153
1.153. Triunghiuri obtuse	154
1.154. Triunghiuri acute	155
1.155. Triunghiuri obtuse	156
1.156. Triunghiuri acute	157
1.157. Triunghiuri obtuse	158
1.158. Triunghiuri acute	159
1.159. Triunghiuri obtuse	160
1.160. Triunghiuri acute	161
1.161. Triunghiuri obtuse	162
1.162. Triunghiuri acute	163
1.163. Triunghiuri obtuse	164
1.164. Triunghiuri acute	165
1.165. Triunghiuri obtuse	166
1.166. Triunghiuri acute	167
1.167. Triunghiuri obtuse	168
1.168. Triunghiuri acute	169
1.169. Triunghiuri obtuse	170
1.170. Triunghiuri acute	171
1.171. Triunghiuri obtuse	172
1.172. Triunghiuri acute	173
1.173. Triunghiuri obtuse	174
1.174. Triunghiuri acute	175
1.175. Triunghiuri obtuse	176
1.176. Triunghiuri acute	177
1.177. Triunghiuri obtuse	178
1.178. Triunghiuri acute	179
1.179. Triunghiuri obtuse	180
1.180. Triunghiuri acute	181
1.181. Triunghiuri obtuse	182
1.182. Triunghiuri acute	183
1.183. Triunghiuri obtuse	184
1.184. Triunghiuri acute	185
1.185. Triunghiuri obtuse	186
1.186. Triunghiuri acute	187
1.187. Triunghiuri obtuse	188
1.188. Triunghiuri acute	189
1.189. Triunghiuri obtuse	190
1.190. Triunghiuri acute	191
1.191. Triunghiuri obtuse	192
1.192. Triunghiuri acute	193
1.193. Triunghiuri obtuse	194
1.194. Triunghiuri acute	195
1.195. Triunghiuri obtuse	196
1.196. Triunghiuri acute	197

a mulțimea resturilor posibile ale împărțirii unui număr natural la 7;

b mulțimea resturilor posibile ale împărțirii unui număr natural la 3;

c mulțimea resturilor posibile împărțirii unui număr natural la 18;

d mulțimea cifrelor din sistemul cu baza 2;

e mulțimea cifrelor din sistemul zecimal;

f mulțimile literelor care formează fiecare dintre următoarele cuvinte: „matematică“; „jucărie“; „electricitate“; „marmeladă“;

g mulțimea cifrelor din care sunt formate numerele: 23 561; 134 364; 50 230 203.

4 Se dă mulțimile: $A = \{2; 3; 4; 5\}$; $B = \{1; 3; 5\}$; $C = \{3; 4; 5; 6; 7\}$.

Pentru fiecare dintre elementele: 1; 2; 5; 6; 7, scrieți cărei mulțimi îi aparțin și căreia nu îi aparțin.

Exemplu: $1 \in B$; $1 \notin A$; $1 \notin C$.

- 5 Urmăring diagramele de mai jos, precizați elementele mulțimilor A , B și C :

A
1
3
5
7
9

B
2
4
6
8

C
1
4
7
10

- 6 Enumerați elementele fiecărei mulțimi:

a $A = \{x \mid x \text{ este număr natural, } x \leq 8\}$;

b $B = \{x \mid x \text{ este număr natural, } 2 \leq x \leq 10\}$;

c $C = \{x \mid x \text{ este număr natural, } 1 < x \leq 6\}$;

d $D = \{x \mid x \text{ este număr natural nenul, } x \leq 2020\}$;

e $E = \{x \mid x \text{ este număr natural par, } x \leq 33\}$;

f $F = \{x \mid x \text{ este număr natural, } 203 \leq x < 204\}$;

g $G = \{x \mid x \text{ este număr natural, } 44 < x < 45\}$.

- 7 Scrieți următoarele mulțimi, punând în evidență proprietățile caracteristice ale elementelor lor:

a $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$;

b $B = \{0; 2; 4; 6; 8\}$;

c $C = \{1; 3; 5; 7; 9\}$;

d $D = \{1; 2; 4; 8; 16; 32\}$;

e $E = \{5; 10; 15; 20; 25; 30\}$.

8 Fie $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 2\}$. Scrieți elementele următoarelor mulțimi:

$B = \{x \in A \mid x < 0\}$;

$C = \{x \in A \mid x \geq 0\}$;

$D = \{x \in A \mid x \text{ este număr par}\}$;

$E = \{x \in A \mid x = a + b, a, b \in A\}$;

$F = \{x \in A \mid x > 1\}$.

Rezolvare Scrieți, dacă există, câte cinci elemente ale mulțimilor:

a \mathbb{N} ;

b \mathbb{Z} ;

c \mathbb{Z}_+ ;

d \mathbb{Z}_+ ;

e $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}$.

Rezolvare:

2 Enumerați elementele mulțimilor:

a $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid 12 : x\}$;

$$A = \{\dots, \dots, \dots\}$$

b $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 18\}$;

c $C = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 1| < 3\}$;

$$|x - 1| < 3 \Leftrightarrow -3 < x - 1 < 3 \Leftrightarrow$$

d $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid x : 2 \text{ și } -18 < x \leq 2\}$;

e $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \mid x \text{ și } |2x - 1| < 19\}$;

f $F = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{13}{x+2} \in \mathbb{N} \right\};$

g $G = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x-3}{x+5} \in \mathbb{Z} \right\};$

h $H = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 + x = 2 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 2021)\}.$

3 Aflați cardinalul următoarelor multimi:

a $A = \{-1; 0; 1; 2; 3; 4\}$

b $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n < 21\}$

c $C = \{n \in \mathbb{N} \mid |n| \leq 24\}$

d $D = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k, k \in \mathbb{N}, n < 15\}$

e $E = \{n \in \mathbb{N} \mid (3 \cdot 4)^2 + 3n \leq 291\}$

- 4** În tabelul de mai jos se găsesc informații privind elevii clasei a VI-a A dintr-o școală, care au participat în acest an școlar la olimpiade:

Respect pentru oameni și cărți

Numele elevului	Vârstă	Înălțimea	Culoarea părului	Olimpiada la care a participat
Raluca	12 ani	1,48 m	Brunetă	Matematică, Fizică
Matei	12 ani	1,49 m	Blond	Fizică, Limba engleză
Tudor	12 ani	1,50 m	Șaten	Limba română, Limba engleză
Emma	11 ani	1,48 m	Șatenă	Matematică, Biologie
Victor	12 ani	1,48 m	Blond	Fizică, Biologie, Geografie
Luca	11 ani	1,40 m	Brunet	Limba română, Religie, Istorie
Rita	12 ani	1,48 m	Blondă	Limba română

Determinați elementele următoarelor mulțimi:

A = Multimea tuturor elevilor

B = Multimea fetelor

C = Multimea băieților

D = Multimea elevilor care au 12 ani

E = Multimea elevilor care au participat la două olimpiade

F = Multimea elevilor care au înălțimea de 1,48 m

G = Multimea elevilor blonzi

H = Multimea elevilor care au participat la cel puțin două olimpiade

Rezolvare:

- 5** Fie multimea $A = \left\{ 2; -4; \frac{15}{5}; \frac{1}{3}; -\frac{11}{11}; +7; \frac{2}{4}; +\frac{21}{3} \right\}$.

Scrieti 3 submulțimi ale mulțimii A ale căror elemente sunt numere întregi.

Rezolvare:

- 6 Se dau mulțimile: $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 3\}$ și $B = \{n \in \mathbb{N}^* \mid 2^n \leq 8\}$. Stabiliți dacă mulțimile A și B sunt egale.

Rezolvare:

- 7 Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x + 5 \leq 3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -6 \leq x < -2\}$.

Determinați valoarea de adevăr a propozițiilor:

a $-5 \in A$; b $A \subset B$; c $\emptyset \subset B$; d $\{-1; 0; 1\} \subset A$.

Rezolvare:

- 8 Fie mulțimile: $A = \{-2; -1; 3; 5; 8\}$; $B = \{-1; 3; 5\}$; $C = \{-2\}$; $D = \{3; 5; 8\}$; $E = \{-2\}$.

Completați spațiile punctate cu unul dintre simbolurile: „ \subset “; „ \supset “; „ \neq “.

a $A \dots \dots B$; b $B \dots \dots A$; c $C \dots \dots E$; d $B \dots \dots D$.

- 9 Aflați $x \in \mathbb{N}$ știind că $\{2; 3; x; 9\} = \{2; 3; 7; 9\}$.

Rezolvare:

- 10 Determinați valorile lui x , pentru care mulțimea $\{-2; -1; x\}$ este o submulțime a mulțimii $\{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Rezolvare:

- 11 Scrieți toate submulțimile mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$.

Rezolvare:

12 Arătați că $A \subset B$, unde:

a $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 10 \leq x < 15\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x \leq 14\}$;

Respect pentru oameni și cărți

Rezolvare:

b $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ divizor propriu al lui } 18\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 54 : x\}$;

Rezolvare:

c $A = \{2^0; 2^1; 2^2; 2^3\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 8\}$;

Rezolvare:

d $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x + 3| < 5\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 7\}$;

Rezolvare:

e $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 4x + 11 > 67\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 7x - 5 \geq 72\}$;

Rezolvare:

f $A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x^2 - 3) \mid 22\}$ și $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 5\}$.

Rezolvare:

13 Aflați x astfel încât $A = B$, dacă:

a) $A = \{2; 3; 4; 5\}$ și $B = \{x; 5; 3; 4\}$;

Rezolvare:

b) $A = \{x + 1; 3x - 2\}$ și $B = \{8; 19\}$;

Rezolvare:

c) $A = \{3^x; 2^4; 4^3; 7^2\}$ și $B = \{16; 27; 49; 64\}$.

Rezolvare:

I.3. Operații cu mulțimi

- 1 Fie mulțimile A, B, C , reprezentate prin diagrama Venn-Euler din figura alăturată. Scrieți elementele mulțimilor: $A, B, C, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \cup B \cup C, A \cap B \cap C$.

Rezolvare:

